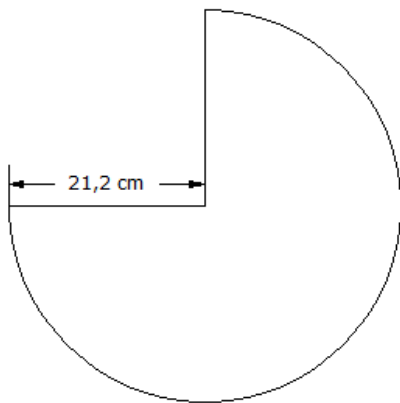
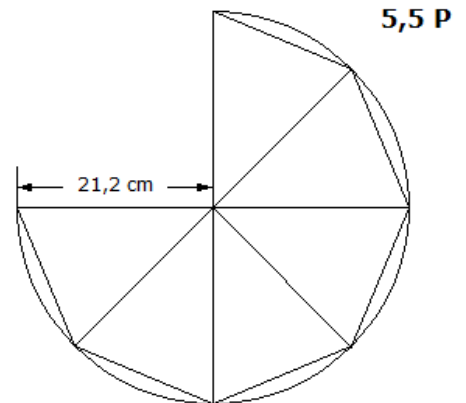


Wahlaufgaben

Aufgabe 2015 W2a:



Gegeben sind zwei Dreiviertelkreise. Aus ihnen werden der Mantel eines Kegels und der Mantel einer regelmäßigen sechsseitigen Pyramide gefertigt.



5,5 P

Berechnen Sie die Differenz der beiden Körperhöhen.

Strategie 2015 W2a:

Gegeben:

$$r_{\text{Kreis1}} = 21,2 \text{ cm}$$

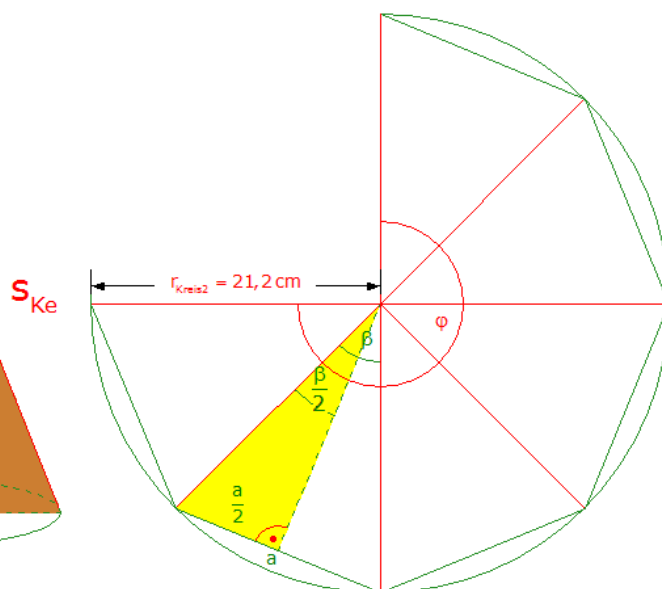
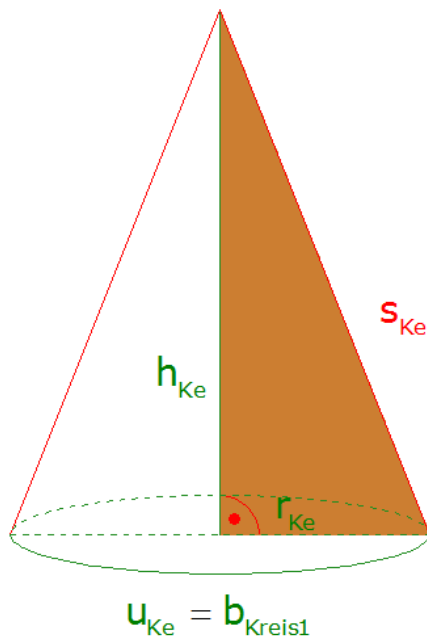
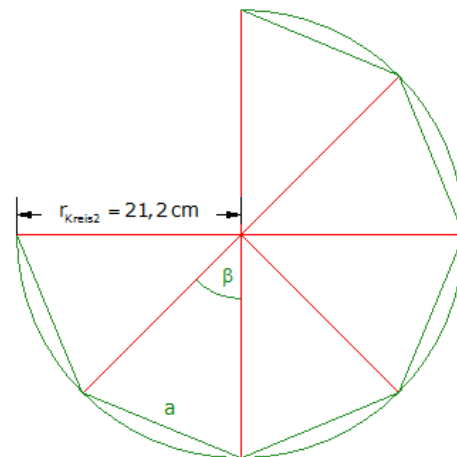
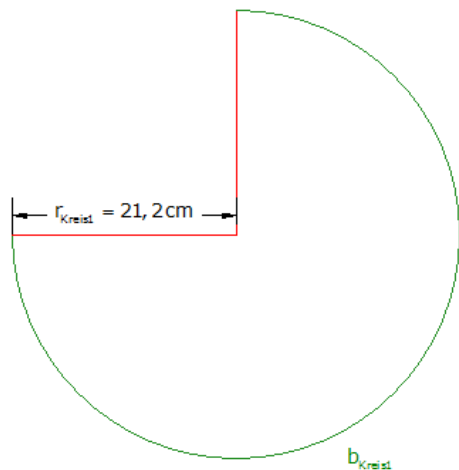
$$r_{\text{Kreis2}} = 21,2 \text{ cm}$$

$$\varphi = 270^\circ$$

Gesucht:

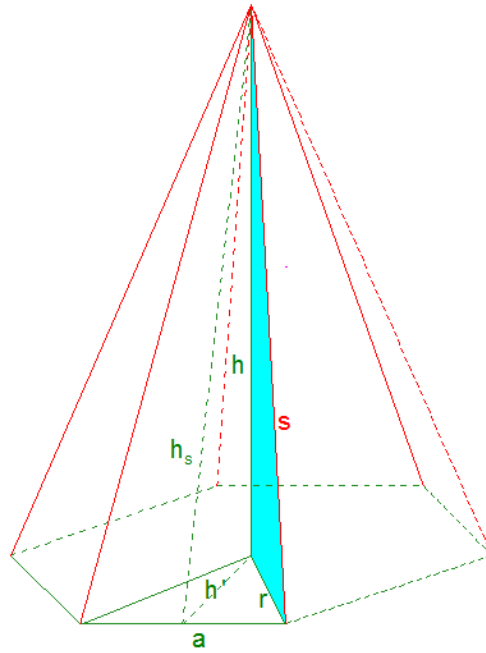
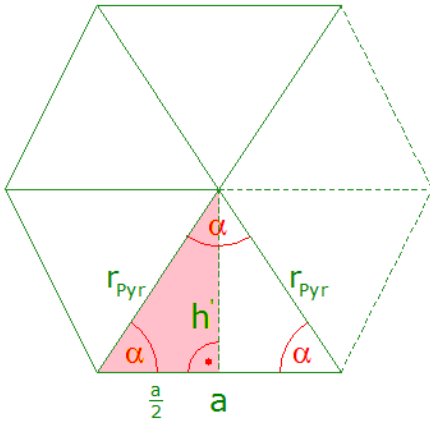
Diff

Skizze:



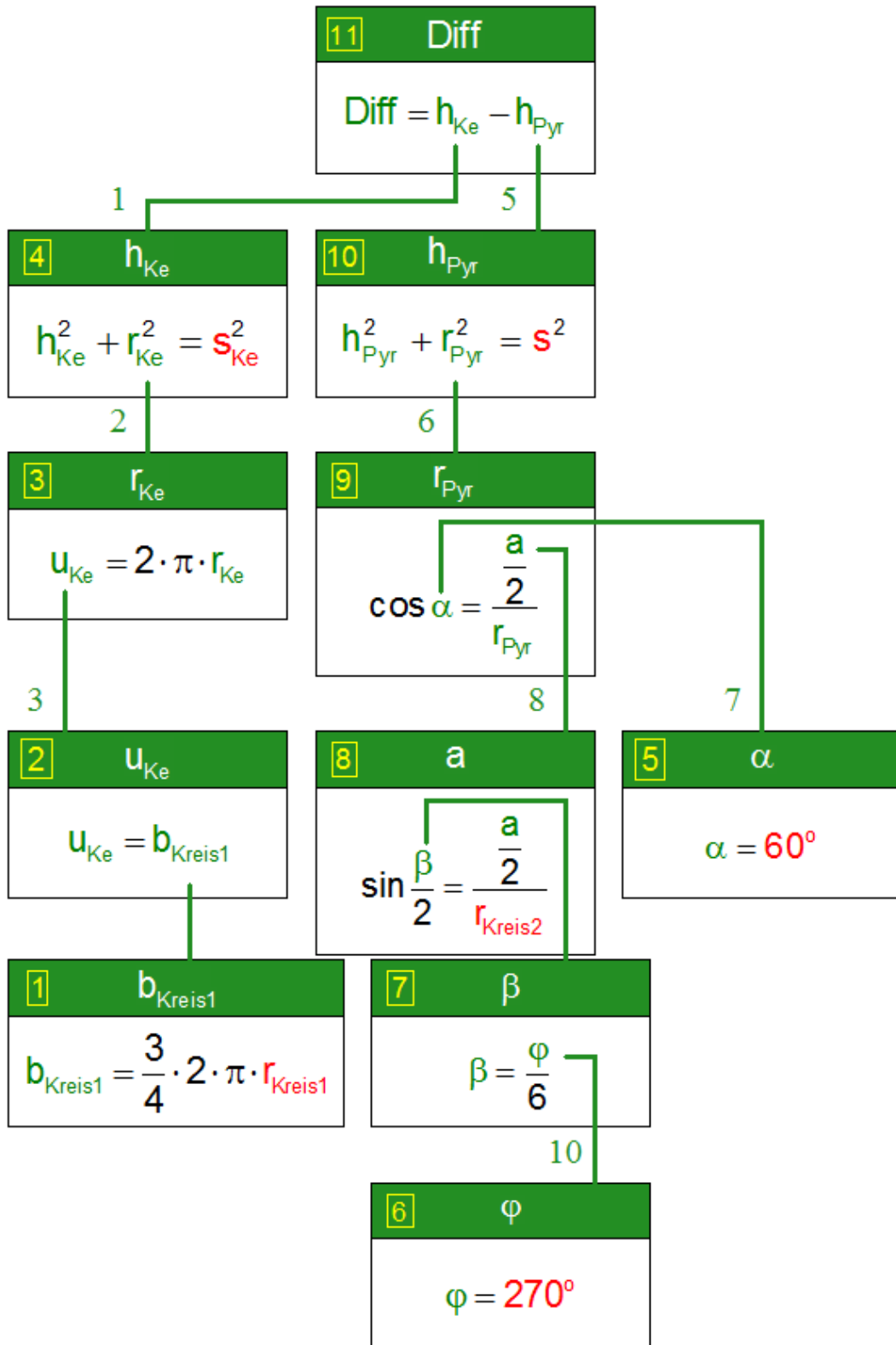
Strategie 2015 W2a:

Skizze:



Strategie 2015 W2a:

Struktogramm:



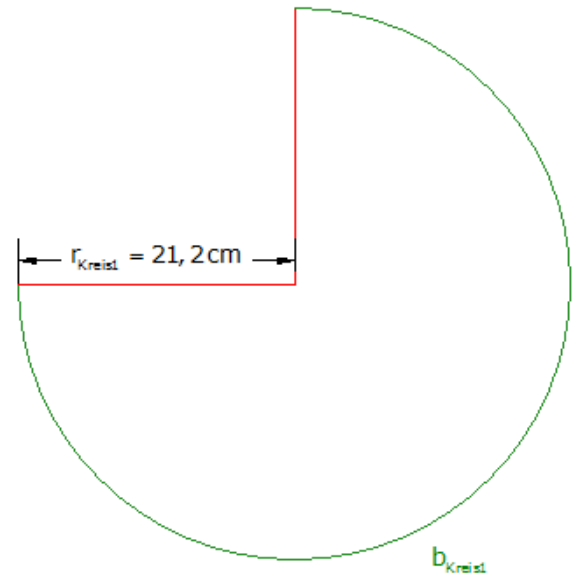
Lösung 2015 W2a:

1. Berechnung des Kreisbogens b_{Kreis1} :

$$b_{\text{Kreis1}} = \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_{\text{Kreis1}} \quad \text{Formel Kreisbogen}$$

$$b_{\text{Kreis1}} = \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 21,2$$

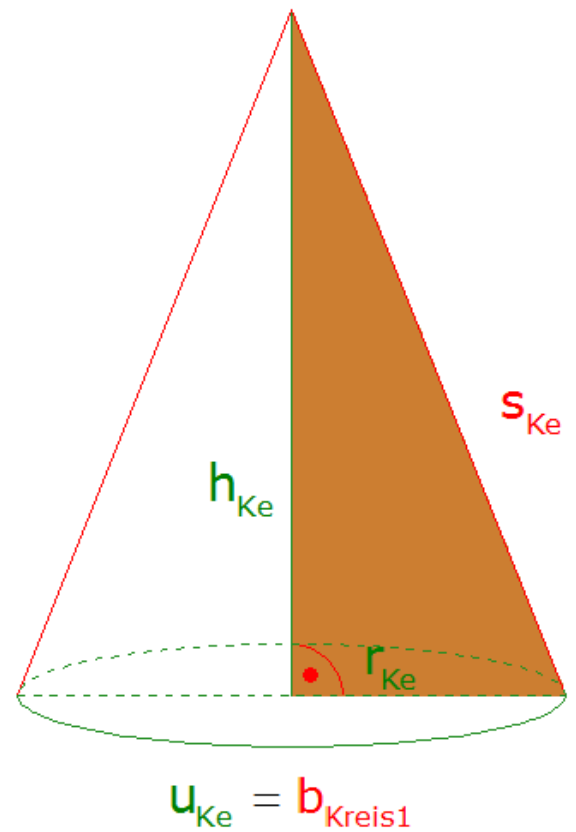
$$\underline{b_{\text{Kreis1}} = 99,9 \text{ cm}}$$



2. Berechnung des Kegelumfangs u_{Ke} :

$$u_{\text{Ke}} = b_{\text{Kreis1}}$$

$$\underline{u_{\text{Ke}} = 99,9 \text{ cm}}$$



Lösung 2015 W2a:

3. Berechnung des Kegelradius r_{Ke} :

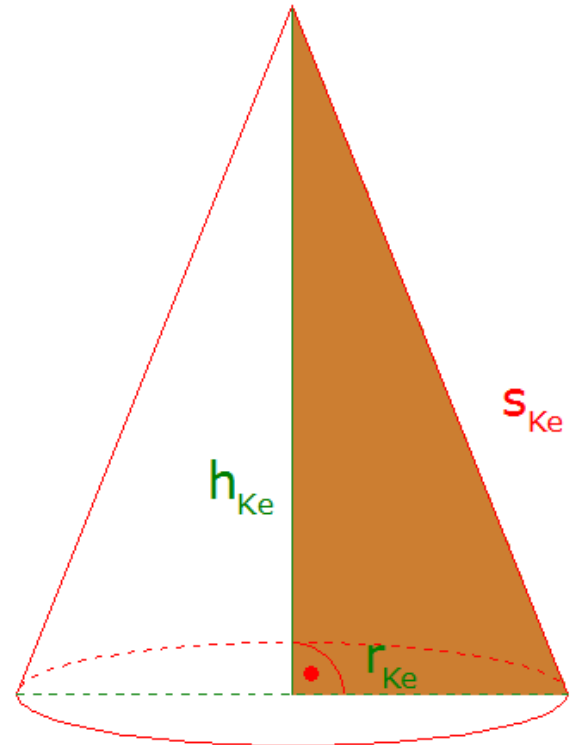
$$u_{Ke} = 2 \cdot \pi \cdot r_{Ke}$$

$$99,9 = 2 \cdot \pi \cdot r_{Ke} \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$2 \cdot \pi \cdot r_{Ke} = 99,9 \quad | : 2$$

$$\pi \cdot r_{Ke} = 49,95 \quad | : \pi$$

$$\underline{r_{Ke} = 15,9 \text{ cm}}$$



$$u_{Ke} = b_{\text{Kreis1}}$$

4. Berechnung der Kegelhöhe h_{Ke} :

$$h_{Ke}^2 + r_{Ke}^2 = s_{Ke}^2$$

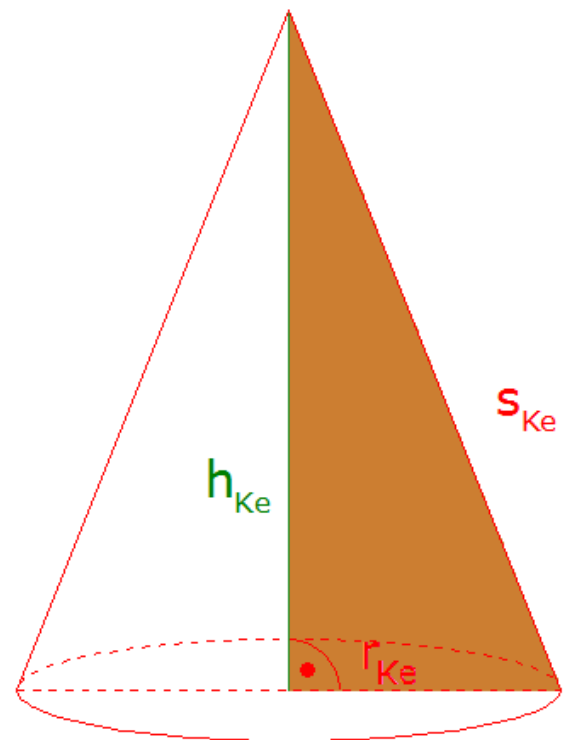
Satz des Pythagoras im rechtwinkligen goldfarbenen Teildreieck

$$h_{Ke}^2 + 15,9^2 = 21,2^2$$

$$h_{Ke}^2 + 252,81 = 449,44 \quad | - 252,81$$

$$h_{Ke}^2 = 196,63 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\underline{h_{Ke} = 14,02 \text{ cm}}$$



$$u_{Ke} = b_{\text{Kreis1}}$$

Lösung 2015 W2a:

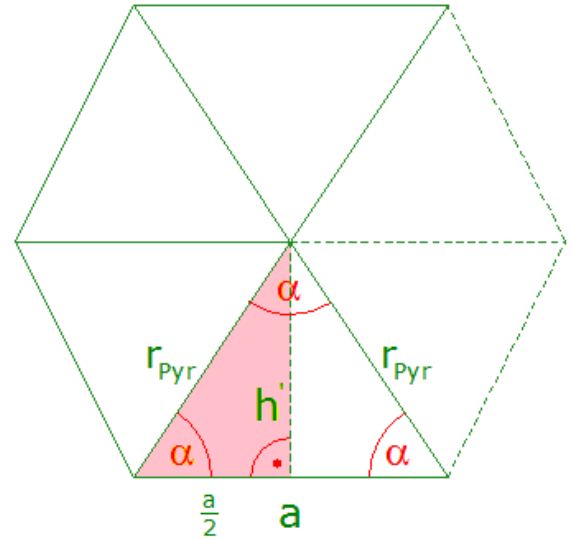
5. Berechnung des Winkels α :

$$\alpha = \frac{360^\circ}{6}$$

Die Grundfläche einer regelmäßigen sechseitigen Pyramide besteht aus 6 gleichseitigen Dreiecken

$$\alpha = \frac{360^\circ}{6}$$

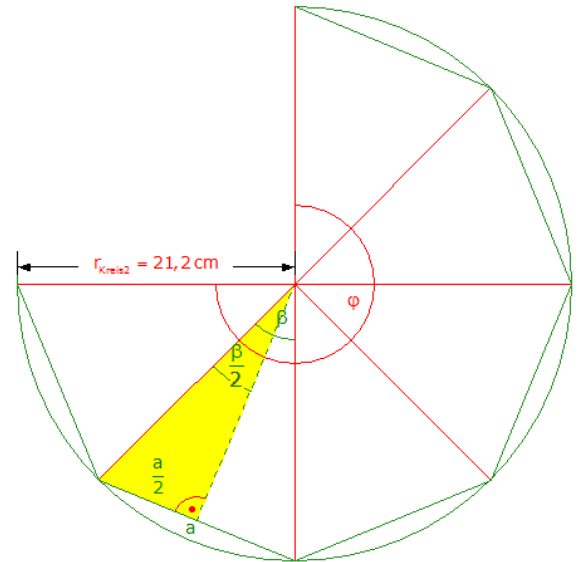
$$\underline{\alpha = 60^\circ}$$



6. Berechnung des Winkels φ :

$$\varphi = \frac{3}{4} \cdot 360^\circ$$

$$\underline{\varphi = 270^\circ}$$

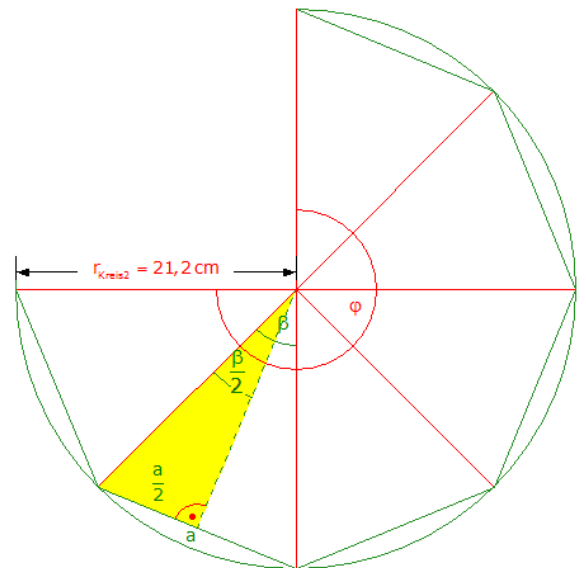


7. Berechnung des Winkels β :

$$\beta = \frac{\varphi}{6}$$

$$\beta = \frac{270^\circ}{6}$$

$$\underline{\beta = 45^\circ}$$



Lösung 2015 W2a:

8. Berechnung der Grundseitenkante a der Pyramide:

$$\sin \frac{\beta}{2} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\frac{a}{2}}{r_{\text{Kreis2}}} \quad \begin{array}{l} \text{Sinusfunktion im} \\ \text{rechtwinkligen gelben} \\ \text{Teildreieck} \end{array}$$

$$\sin \frac{45^\circ}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{21,2}$$

$$\sin 22,5^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{21,2}$$

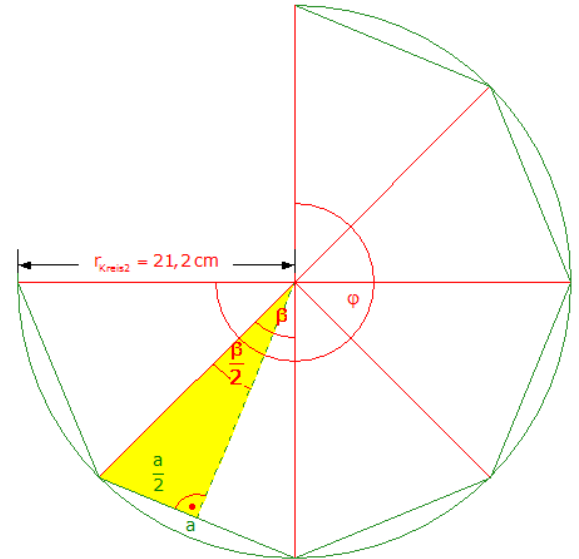
$$\frac{\frac{a}{2}}{21,2} = \sin 22,5^\circ$$

$$\frac{\frac{a}{2}}{21,2} = 0,3827 \quad | \cdot 21,2$$

$$\frac{a}{2} = 8,11324 \quad | \cdot 2$$

$$\underline{a = 16,23 \text{ cm}}$$

Seiten tauschen



9. Berechnung des Radius der Pyramidengrundfläche r_Pyr :

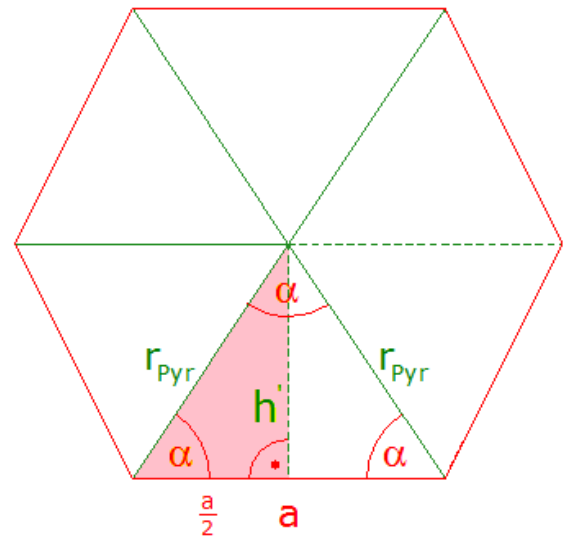
$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{r_{\text{Pyr}}}{\frac{a}{2}} \quad \begin{array}{l} \text{Kosinusfunktion im rechtwinkligen} \\ \text{rosafarbenen Teildreieck} \end{array}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{16,23}{r_{\text{Pyr}}}$$

$$0,5 = \frac{8,115}{r_{\text{Pyr}}} \quad | \cdot r_{\text{Pyr}}$$

$$r_{\text{Pyr}} \cdot 0,5 = 8,115 \quad | : 0,5$$

$$\underline{r_{\text{Pyr}} = 16,23 \text{ cm}}$$



Lösung 2015 W2a:

10. Berechnung der Pyramidenhöhe h_{Pyr} :

$$h_{\text{Pyr}}^2 + r_{\text{Pyr}}^2 = s^2$$

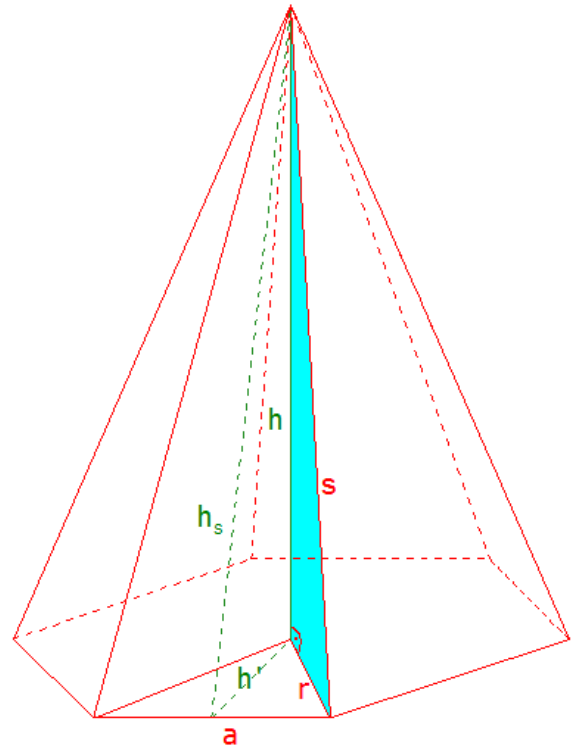
Pythagoras im
rechtwinkligen
hellblauen
Teildreieck

$$h_{\text{Pyr}}^2 + 16,23^2 = 21,2^2$$

$$h_{\text{Pyr}}^2 + 263,4129 = 449,44 \quad | - 263,4129$$

$$h_{\text{Pyr}}^2 = 186,0271 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\underline{h_{\text{Pyr}} = 13,64 \text{ cm}}$$



11. Berechnung der Höhendifferenz Diff:

$$\text{Diff} = h_{\text{Ke}} - h_{\text{Pyr}}$$

$$\text{Diff} = 14,02 - 13,64$$

$$\underline{\underline{\text{Diff} = 0,38 \text{ cm}}}$$