

Wahlaufgaben

Aufgabe 2016 W4a:

Bei einer Wohltätigkeitsveranstaltung werden zwei Glücksräder eingesetzt.

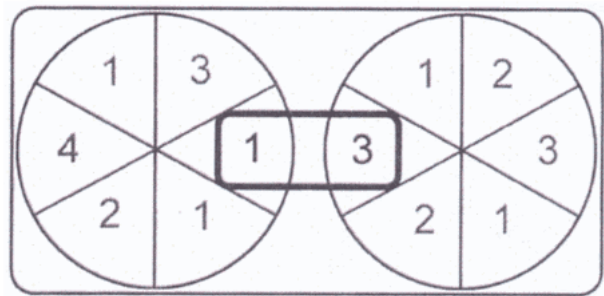
Beide Glücksräder werden gedreht.
Wenn sie stehen bleiben, erkennt man im Sichtfenster eine zweistellige Zahl.
Die Abbildung zeigt die Zahl 13.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist im Sichtfenster eine Zahl mit zwei gleichen Ziffern zu sehen?

Die Glücksräder werden für ein Glücksspiel eingesetzt. Dazu wird nebenstehender Gewinnplan geprüft.
Berechnen Sie den Erwartungswert.

Bei der Wohltätigkeitsveranstaltung soll ein höherer Erlös erzielt werden. Dazu soll beim rechten Glücksrad eine der beiden Dreien durch eine Fünf ersetzt werden.
Der Gewinnplan bleibt gleich.

Wäre dies vorteilhaft? Begründen Sie durch Rechnung oder Argumentation.



5,5 P

Gewinnplan	
Ergebnisse	Gewinn
zwei gleiche Ziffern	3,00 €
Zahl größer als 40	5,00 €
restliche Möglichkeiten	kein Gewinn
Einsatz 2,00 €	

Lösung 2016 W4a:

1. Berechnung der Wahrscheinlichkeit einer Zahl mit zwei gleichen Ziffern:

Für unsere Aufgabe gibt es 12 mögliche Ereignisse.
Das Experiment wird durch einen Ereignisbaum dargestellt.

Für das erste Rad ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

$$\boxed{1} \frac{3}{6} \quad \boxed{2} \frac{1}{6} \quad \boxed{3} \frac{1}{6} \quad \boxed{4} \frac{1}{6}$$

Für das zweite Rad ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

$$\boxed{1} \frac{2}{6} \quad \boxed{2} \frac{2}{6} \quad \boxed{3} \frac{2}{6}$$

Für das Ereignis einer Zahl mit zwei gleichen Ziffern ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

$$\boxed{1} \boxed{1} \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{6}{36}$$

$$\boxed{2} \boxed{2} \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{2}{36}$$

$$\boxed{3} \boxed{3} \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{2}{36}$$

$$\frac{6}{36} + \frac{2}{36} + \frac{2}{36} = \frac{10}{36} = 0,278 = \frac{27,8}{100} = \underline{\underline{27,8\%}}$$

Antwort: Die Wahrscheinlichkeit einer Zahl mit zwei gleichen Ziffern beträgt 27,8 %.

2. Berechnung des Erwartungswertes Gewinnplan 1:

Der Erwartungswert E berechnet sich nach folgender Formel:

$$E = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$$

wobei

$x_1 \dots x_n$: Werte

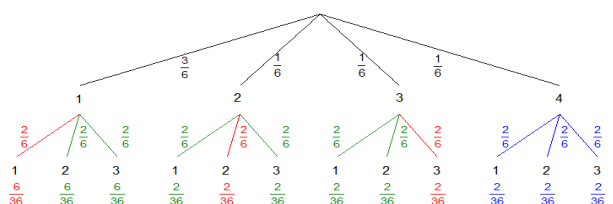
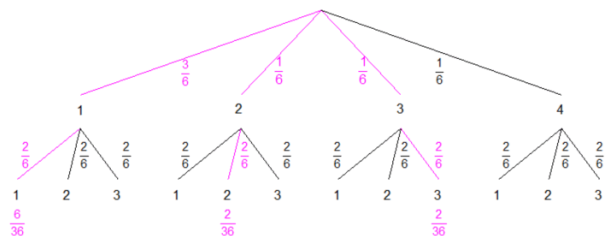
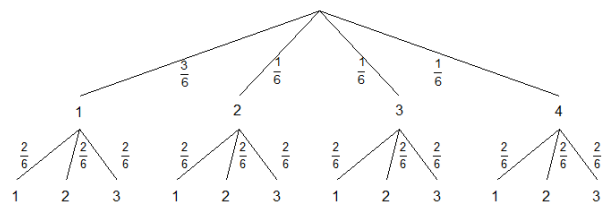
$p_1 \dots p_n$: Wahrscheinlichkeiten

Für dieses Glücksspiel gibt es $n = 3$ mögliche Ereignisse

1. zwei gleiche Ziffern: $\boxed{1} \boxed{1}$ oder $\boxed{2} \boxed{2}$ oder $\boxed{3} \boxed{3}$

2. Zahl größer 40: $\boxed{4} \boxed{1}$ oder $\boxed{4} \boxed{2}$ oder $\boxed{4} \boxed{3}$

3. restliche Möglichkeiten: alle anderen



Lösung 2016 W4a:

Es ergeben sich folgende **Wahrscheinlichkeiten**:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 1 \\ \hline \end{array} \quad \frac{6}{36}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 2 \\ \hline \end{array} \quad \frac{2}{36}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 3 \\ \hline \end{array} \quad \frac{2}{36}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 1 \\ \hline \end{array} \quad \frac{2}{36}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 2 \\ \hline \end{array} \quad \frac{2}{36}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 3 \\ \hline \end{array} \quad \frac{2}{36}$$

alle anderen $\frac{20}{36}$

Es ergeben sich folgende **Gewinnwerte**:

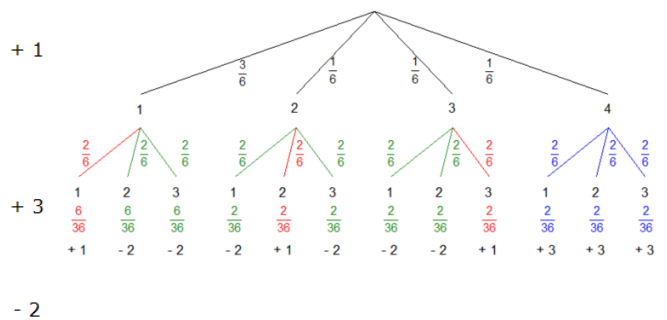
1	1
2	2
3	3

Zahl mit zwei gleichen Ziffern: man hat einen Gewinn von 3 €, muß aber den Kaufpreis von 2 € abziehen

4	1
4	2
4	3

Zahl größer 40: man hat man einen Gewinn von 5 €, muß aber den Kaufpreis von 2 € abziehen

alle anderen man verliert den Einsatz von 2 €



$$E = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$$

$$E = 1 \cdot \frac{10}{36} + 3 \cdot \frac{6}{36} + (-2) \cdot \frac{20}{36}$$

$$E = \frac{10}{36} + \frac{18}{36} - \frac{40}{36}$$

$$E = -\frac{12}{36}$$

$$E = -0,33 \text{ €}$$

Antwort: Der Erwartungswert beim Gewinnplan 1 beträgt - 0,33 €

3. Berechnung des Erwartungswertes nach Veränderung des zweiten Glücksrades:

Der Erwartungswert E berechnet sich nach folgender Formel:

$$E = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$$

wobei

$x_1 \dots x_n$: Werte

$p_1 \dots p_n$: Wahrscheinlichkeiten

Für dieses Glücksspiel gibt es $n = 3$ mögliche Ereignisse

1. zwei gleiche Ziffern: $\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 1 \\ \hline \end{array}$ oder $\begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 2 \\ \hline \end{array}$ oder $\begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 3 \\ \hline \end{array}$

2. Zahl größer 40: $\begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 1 \\ \hline \end{array}$ oder $\begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 2 \\ \hline \end{array}$ oder $\begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 3 \\ \hline \end{array}$ oder $\begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 5 \\ \hline \end{array}$

3. restliche Möglichkeiten: alle anderen

Lösung 2016 W4a:

Es ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 1 \\ \hline \end{array} \quad \frac{6}{36}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 2 \\ \hline \end{array} \quad \frac{2}{36}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 3 \\ \hline \end{array} \quad \frac{1}{36}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 1 \\ \hline \end{array} \quad \frac{2}{36}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 2 \\ \hline \end{array} \quad \frac{2}{36}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 3 \\ \hline \end{array} \quad \frac{1}{36}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 5 \\ \hline \end{array} \quad \frac{1}{36}$$

alle anderen $\frac{21}{36}$

Es ergeben sich folgende Gewinnwerte:

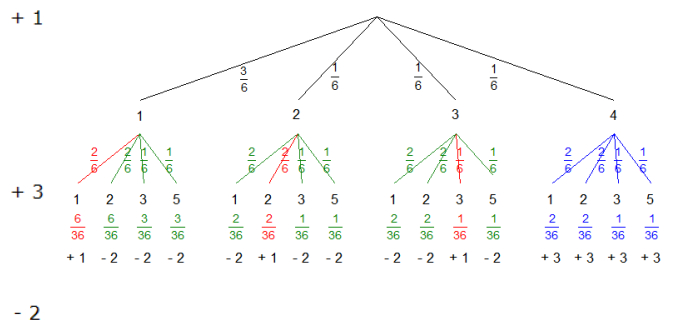
1	1
2	2
3	3

Zahl mit zwei gleichen Ziffern: man hat einen Gewinn von 3 €, muß aber den Kaufpreis von 2 € abziehen

4	1
4	2
4	3
4	5

Zahl größer 40: man hat einen Gewinn von 5 €, muß aber den Kaufpreis von 2 € abziehen

alle anderen man verliert den Einsatz von 2 €



$$E = X_1 \cdot p_1 + X_2 \cdot p_2 + \dots + X_n \cdot p_n$$

$$E = 1 \cdot \frac{9}{36} + 3 \cdot \frac{6}{36} + (-2) \cdot \frac{21}{36}$$

$$E = \frac{9}{36} + \frac{18}{36} - \frac{42}{36}$$

$$E = -\frac{15}{36}$$

$$E = -0,42 \text{ €}$$

Antwort: Der Erwartungswert bei verändertem zweiten Glücksrad beträgt -0,42 €. Das heißt, dies Glücksspiel ist für den Veranstalter noch vorteilhafter.

3. Begründung durch Argumentation:

Antwort: Die Anzahl der gleichziffrigen Zahlen reduziert sich von 10 auf 9. Die Anzahl der Zahlen größer als 40 bleibt gleich. Die Nieten erhöhen sich von 20 auf 21. D.h. das veränderte zweite Glücksrad ist für den Veranstalter vorteilhafter.