Wahlaufgaben

Aufgabe 2019 W1a:

5,5 P

Das Fünfeck ABCDE besteht aus dem gleichseitigen Dreieck ABF, den beiden gleichschenkligen Dreiecken AFE und FBC sowie dem Drachenviereck DEFC.

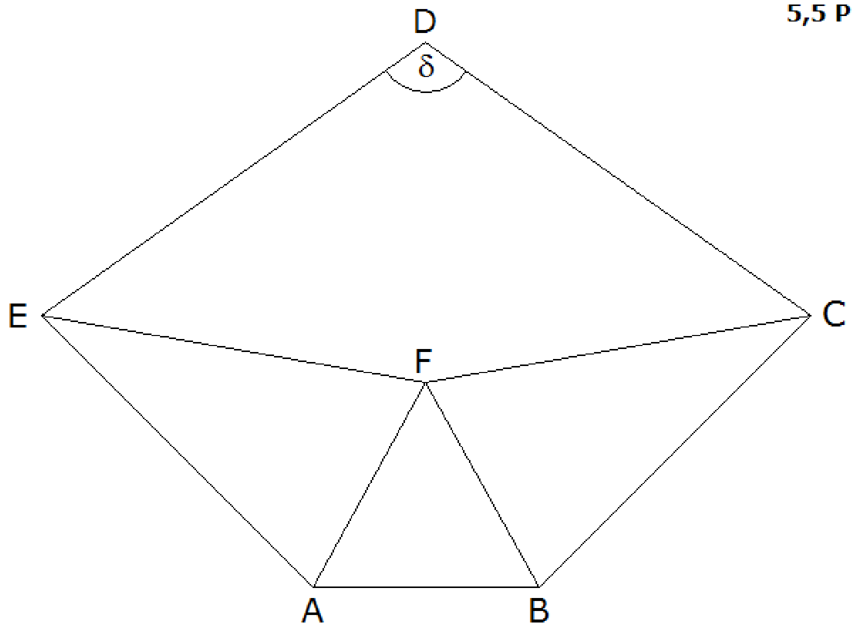
Es gilt:

$\overline{AB} = 3{,}4\,\text{cm}$

$\overline{BC} = 7{,}0\,\text{cm}$

$\delta = 118{,}0°$

Berechnen Sie den Abstand des Punktes D zur Strecke $\overline{AB}$.



Strategie 2019 W1a:

Gegeben:

Fünfeck ABCDE
Gleichseitiges Dreieck ABF
Gleichschenkliges Dreieck AFE
Gleichschenkliges Dreieck FBC
Drachenviereck DEFC

$\overline{AB} = 3{,}4\,\text{cm}$

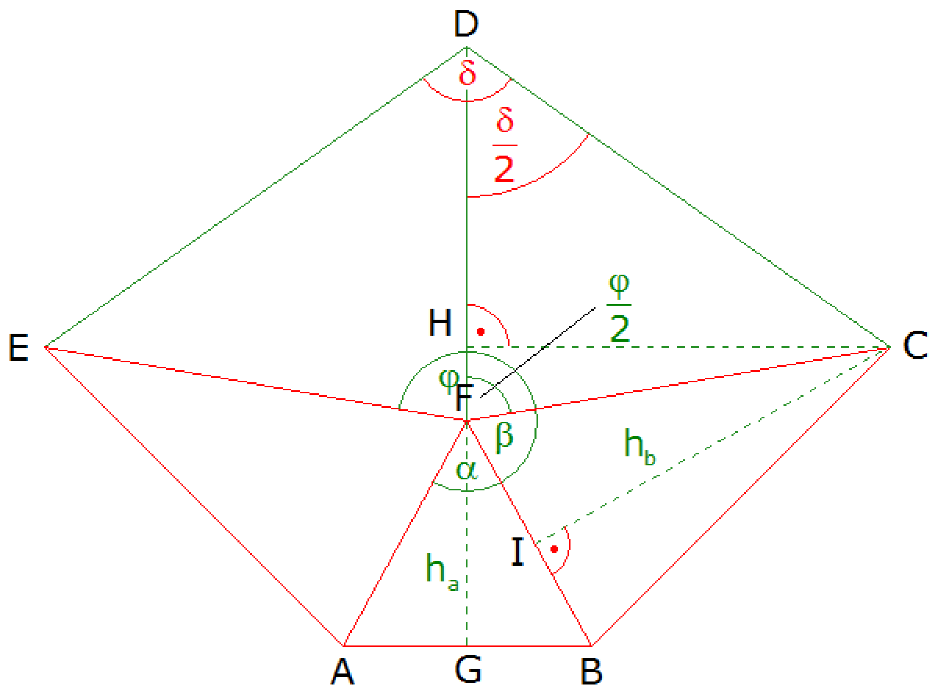
$\overline{BC} = 7{,}0\,\text{cm}$

$\delta = 118{,}0°$

Gesucht:

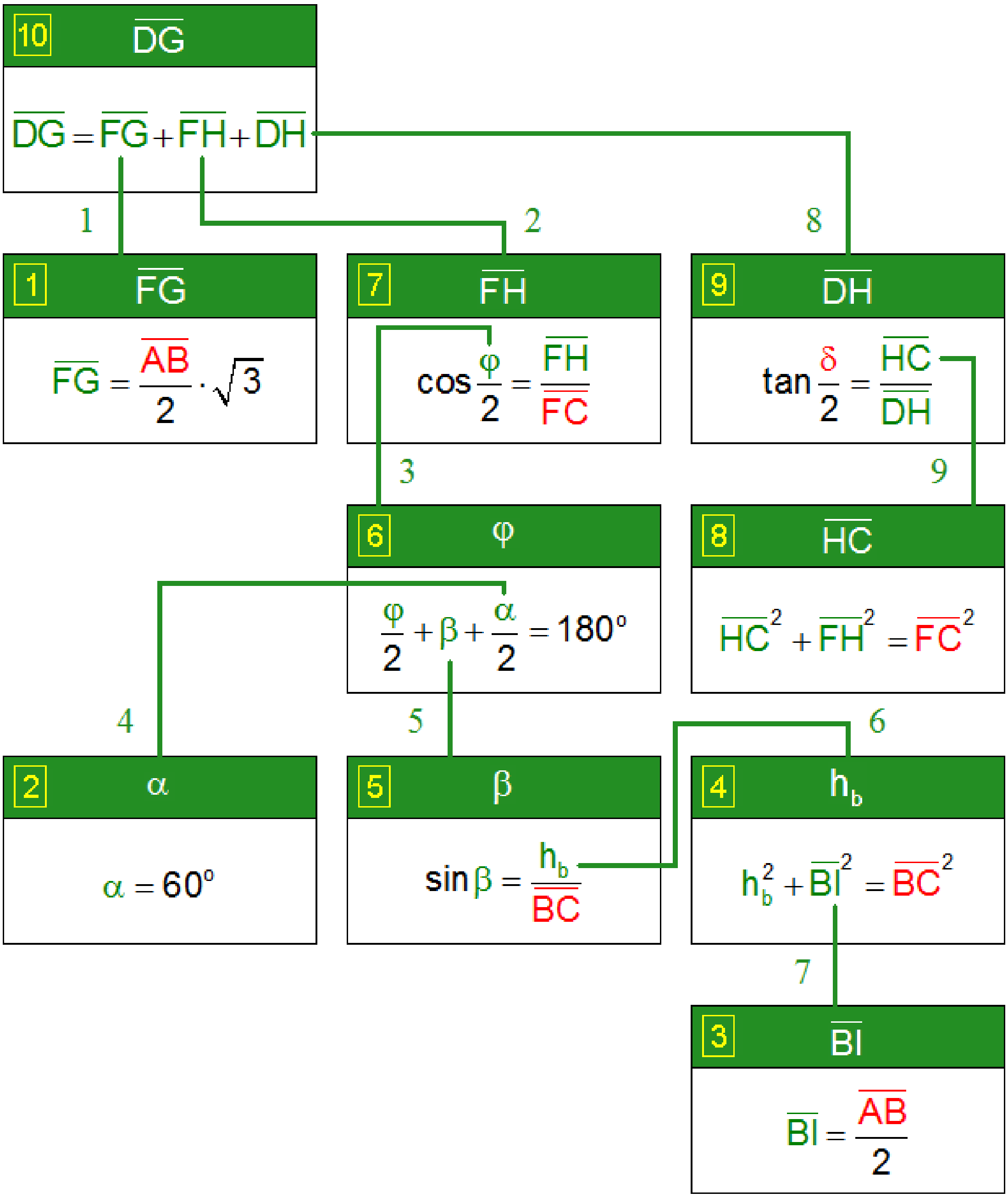
$\overline{DG}$

Skizze:



Strategie 2019 W1a:

<u>Struktogramm:</u>



Lösung 2019 W1a:

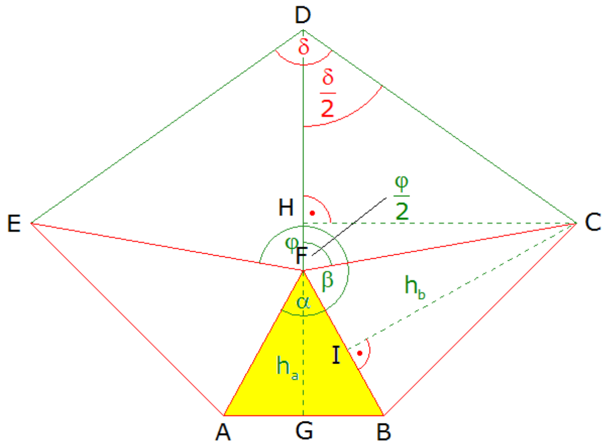
1. Berechnung der Strecke $\overline{FG}$:

$\overline{FG} = \frac{\overline{AB}}{2} \cdot \sqrt{3}$ — $\overline{FG}$ ist Höhe im gleichseitigen Dreieck ABF

$\overline{FG} = \frac{3,4}{2} \cdot \sqrt{3}$

$\overline{FG} = 1,7 \cdot \sqrt{3}$

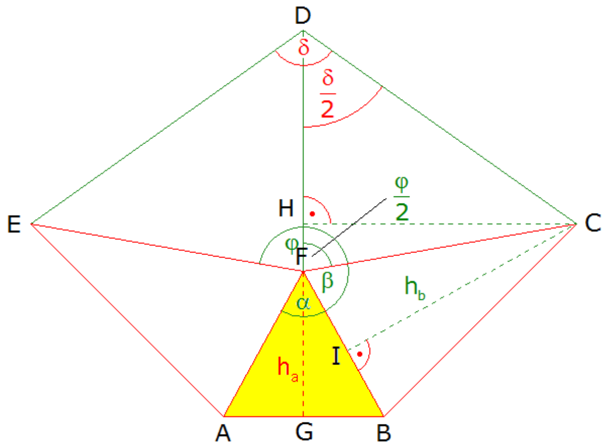
$\underline{\overline{FG} = 2,94\,\text{cm}}$



2. Berechnung des Winkels α:

$\alpha = \frac{180^\circ}{3}$ — Das gleichseitige Dreieck hat drei gleichgroße Winkel

$\underline{\alpha = 60^\circ}$

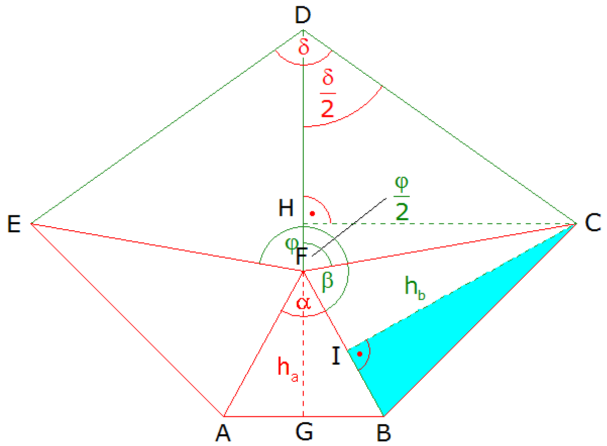


3. Berechnung der Strecke $\overline{BI}$:

$\overline{BI} = \frac{\overline{BF}}{2} = \frac{\overline{AB}}{2}$ — Dreieck BCF ist gleichschenklig, also halbiert der Punkt I die Strecke $\overline{BF}$

$\overline{BI} = \frac{3,4}{2}$

$\underline{\overline{BI} = 1,7\,\text{cm}}$



4. Berechnung der Strecke $\overline{CI} = h_b$:

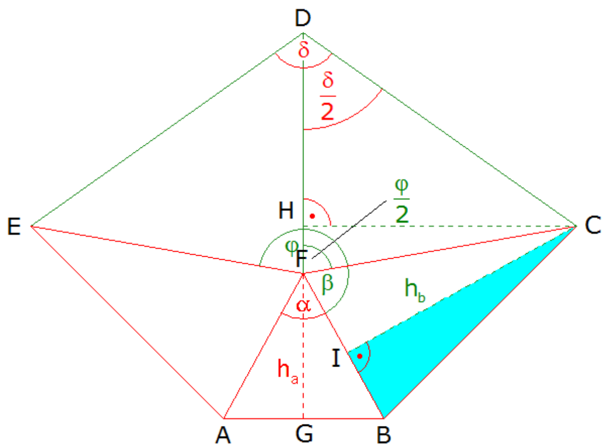
$h_b^2 + \overline{BI}^2 = \overline{BC}^2$ — Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck BCI

$h_b^2 + 1,7^2 = 7^2$

$h_b^2 + 2,89 = 49 \quad | -2,89$

$h_b^2 = 46,11 \quad | \sqrt{\ }$

$\underline{h_b = 6,79\,\text{cm}}$



Lösung 2019 W1a:

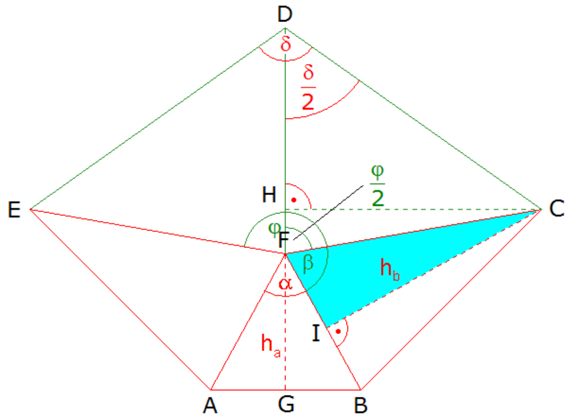
5. Berechnung des Winkels β:

$\sin\beta = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{h_b}{\overline{FC}}$ Sinusfunktion im rechtwinkligen hellblauen Dreieck CFI

$\sin\beta = \frac{6,79}{7}$

$\sin\beta = 0,97$

$\underline{\beta = 75,93^\circ}$



6. Berechnung des Winkels φ:

$\frac{\varphi}{2} + \beta + \frac{\alpha}{2} = 180^\circ$

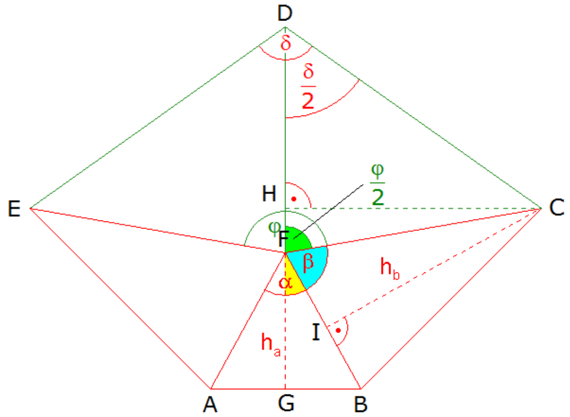
$\frac{\varphi}{2} + 75,93^\circ + \frac{60^\circ}{2} = 180^\circ$

$\frac{\varphi}{2} + 75,93^\circ + 30^\circ = 180^\circ$

$\frac{\varphi}{2} + 105,93^\circ = 180^\circ \qquad \left| -105,93^\circ \right.$

$\frac{\varphi}{2} = 74,07^\circ \qquad \left| \cdot 2 \right.$

$\underline{\varphi = 148,14^\circ}$



7. Berechnung der Strecke $\overline{FH}$:

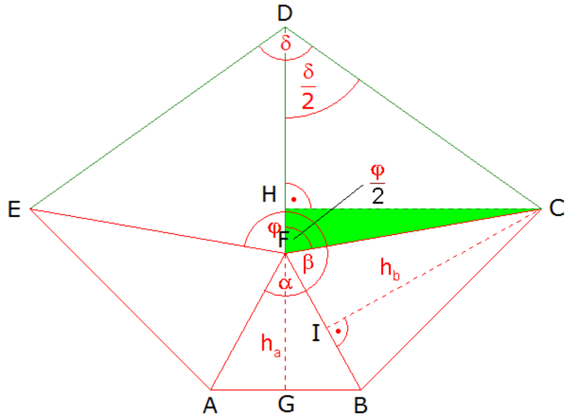
$\cos\frac{\varphi}{2} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{FH}}{\overline{FC}}$ Kosinusfunktion im rechtwinkligen grünen Teildreieck FCH

$\cos 74,07^\circ = \frac{\overline{FH}}{7}$

$0,2745 = \frac{\overline{FH}}{7}$ Seiten tauschen

$\frac{\overline{FH}}{7} = 0,2745$

$\underline{\overline{FH} = 1,92\,\text{cm}}$



8. Berechnung der Strecke $\overline{HC}$:

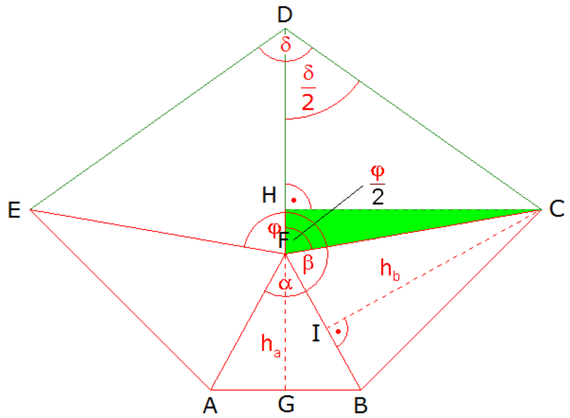
$\overline{HC}^2 + \overline{FH}^2 = \overline{FC}^2$ Pythagoras im rechtwinkligen grünen Teildreieck FCH

$\overline{HC}^2 + 1,92^2 = 7^2$

$\overline{HC}^2 + 3,6864 = 49 \qquad \left| -3,6864 \right.$

$\overline{HC}^2 = 45,3136 \qquad \left| \sqrt{} \right.$

$\underline{\overline{HC} = 6,73\,\text{cm}}$



Lösung 2019 W1a:

9. Berechnung der Strecke $\overline{DH}$:

$$\tan\frac{\delta}{2} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\overline{HC}}{\overline{DH}}$$

Tangensfunktion im rechtwinkligen orangefarbenen Teildreieck CDH

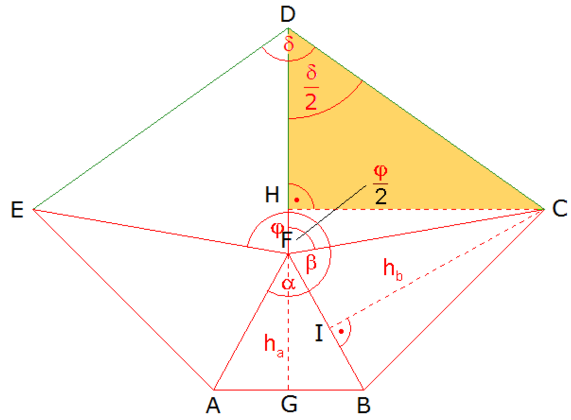
$$\tan\frac{118^\circ}{2} = \frac{6,73}{\overline{DH}}$$

$$\tan 59^\circ = \frac{6,73}{\overline{DH}}$$

$$1,6643 = \frac{6,73}{\overline{DH}} \qquad \Big| \cdot \overline{DH}$$

$$\overline{DH} \cdot 1,6643 = 6,73 \qquad \Big| : 1,6643$$

$$\overline{DH} = 4,04\,\text{cm}$$



10. Berechnung der Strecke $\overline{DG}$:

$$\overline{DG} = \overline{FG} + \overline{FH} + \overline{DH}$$

$$\overline{DG} = 2,94 + 1,92 + 4,04$$

$$\overline{DG} = 8,9\,\text{cm}$$