

Wahlaufgaben

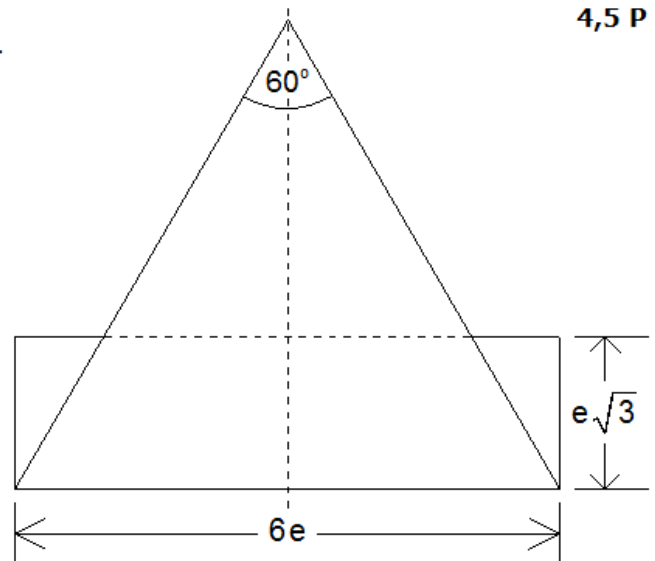
Aufgabe 2019 W2b:

Ein zusammengesetzter Körper besteht aus einem Zylinder mit aufgesetztem Kegel (siehe Achsenschnitt).

4,5 P

Zeigen Sie, dass für das Volumen des zusammengesetzten Körpers gilt:

$$V_{\text{ges}} = \frac{35}{3} \pi e^3 \sqrt{3}$$



Strategie 2019 W2b:

Gegeben:

$$d_{\text{Zyl}} = 6e$$

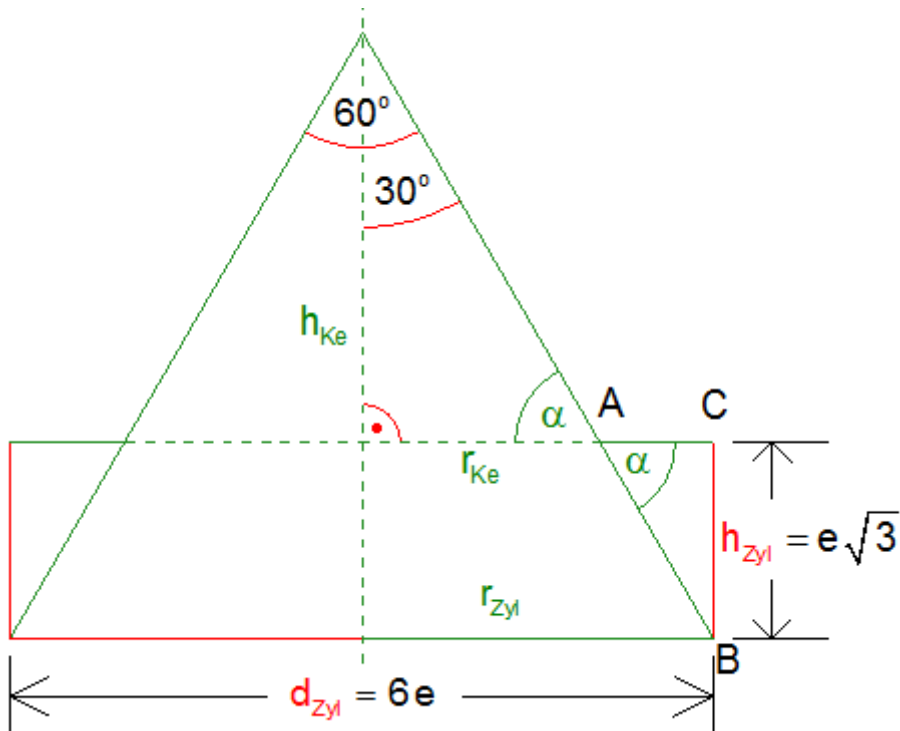
$$h_{\text{Zyl}} = e\sqrt{3}$$

$$\varepsilon = 60^\circ$$

Gesucht:

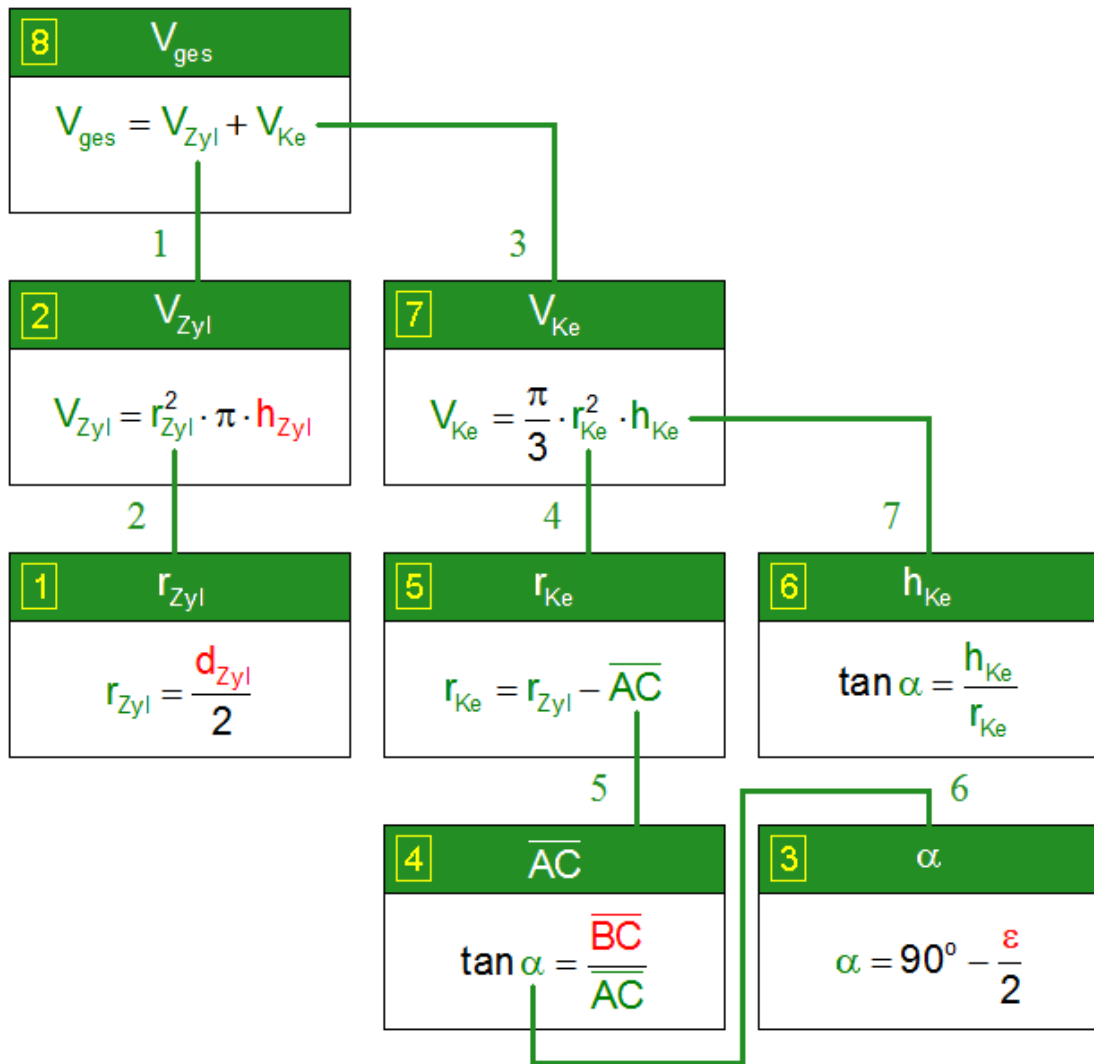
$$V_{\text{ges}} = \frac{35}{3} \pi e^3 \sqrt{3}$$

Skizze:



Strategie 2019 W2b:

Struktogramm:



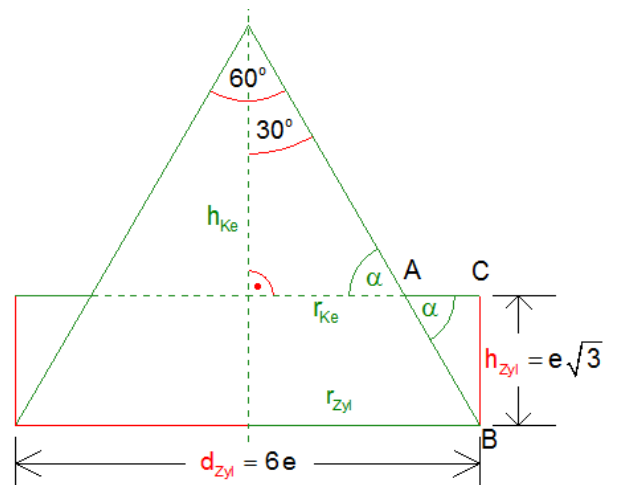
Lösung 2019 W2b:

1. Berechnung des Zylinderradius r_{Zyl} :

$$r_{Zyl} = \frac{d_{Zyl}}{2}$$

$$r_{Zyl} = \frac{6e}{2}$$

$$\underline{r_{Zyl} = 3e}$$



Lösung 2019 W2b:

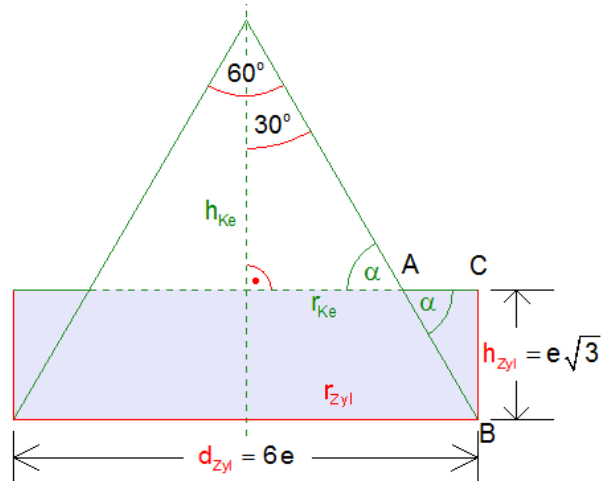
2. Berechnung des Zylindervolumens V_{Zyl} :

$$V_{Zyl} = r_{Zyl}^2 \cdot \pi \cdot h_{Zyl}$$

$$V_{Zyl} = (3e)^2 \cdot \pi \cdot e\sqrt{3}$$

$$V_{Zyl} = 9e^2 \cdot \pi \cdot e\sqrt{3}$$

$$\underline{V_{Zyl} = 9e^3\pi\sqrt{3}}$$



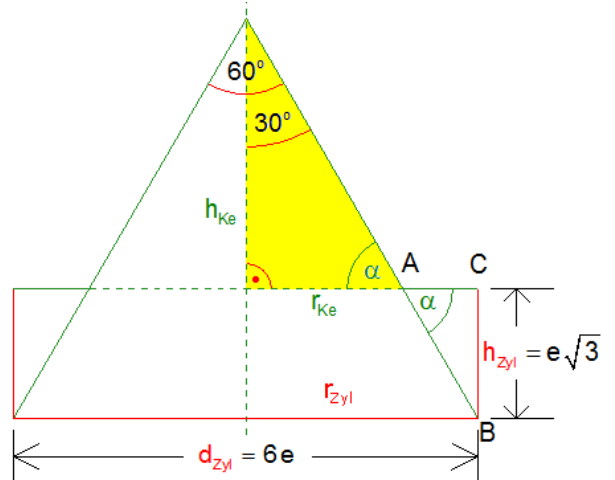
3. Berechnung des Winkels α :

$$\alpha = 90^\circ - \frac{\epsilon}{2}$$

$$\alpha = 90^\circ - \frac{60^\circ}{2}$$

$$\alpha = 90^\circ - 30^\circ$$

$$\underline{\alpha = 60^\circ}$$



4. Berechnung der Strecke \overline{AC} :

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$$

Tangensfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

$$\tan 60^\circ = \frac{e\sqrt{3}}{\overline{AC}}$$

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

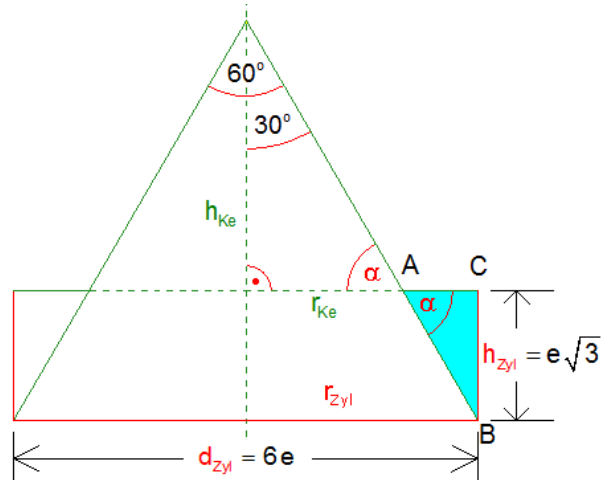
$$\sqrt{3} = \frac{e\sqrt{3}}{\overline{AC}}$$

$$|\cdot \overline{AC}$$

$$\overline{AC} \cdot \sqrt{3} = e\sqrt{3}$$

$$|: \sqrt{3}$$

$$\underline{\overline{AC} = e}$$



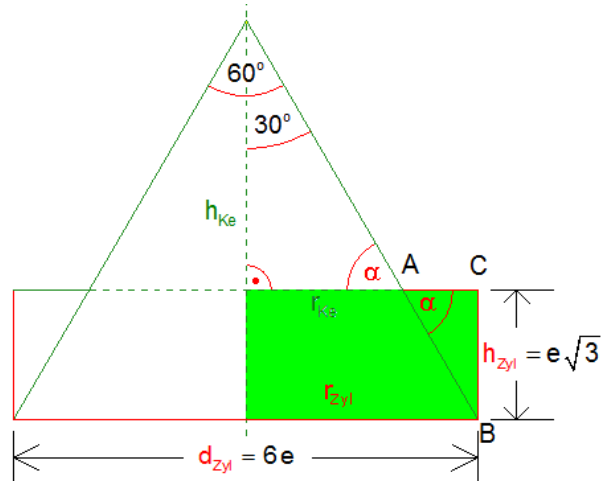
Lösung 2019 W2b:

5. Berechnung des Kegelradius r_{Ke} :

$$r_{Ke} = r_{Zyl} - \overline{AC}$$

$$r_{Ke} = 3e - e$$

$$\underline{r_{Ke} = 2e}$$



6. Berechnung der Kegelhöhe h_{Ke} :

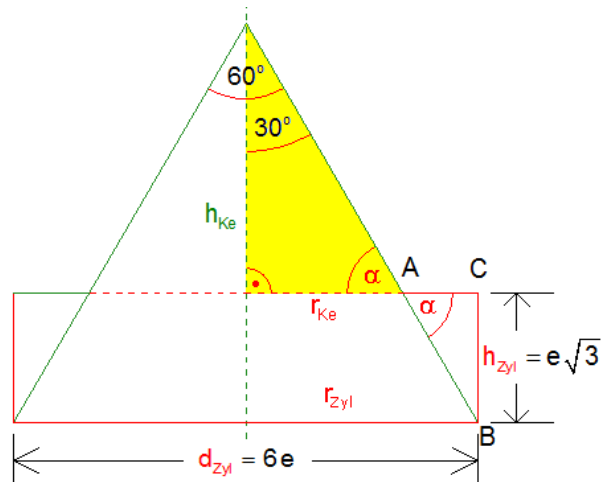
$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{h_{Ke}}{r_{Ke}} \quad \text{Tangensfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{h_{Ke}}{2e} \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h_{Ke}}{2e} \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{h_{Ke}}{2e} = \sqrt{3} \quad | \cdot 2e$$

$$\underline{h_{Ke} = 2e\sqrt{3}}$$



7. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke} :

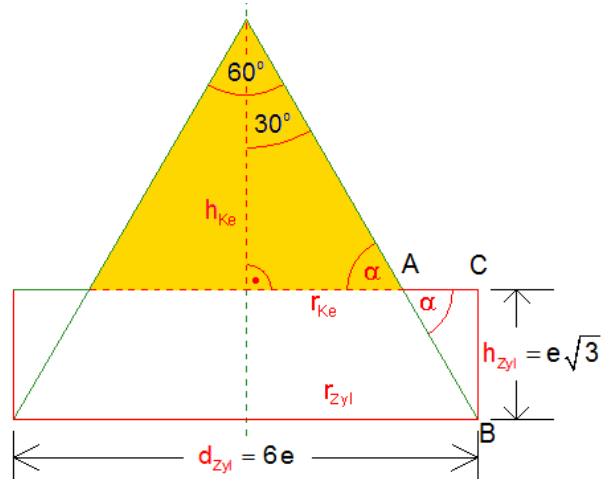
$$V_{Ke} = \frac{\pi}{3} \cdot r_{Ke}^2 \cdot h_{Ke}$$

$$V_{Ke} = \frac{\pi}{3} \cdot (2e)^2 \cdot 2e\sqrt{3}$$

$$V_{Ke} = \frac{\pi}{3} \cdot 4e^2 \cdot 2e\sqrt{3}$$

$$V_{Ke} = \frac{\pi}{3} \cdot 8e^3 \cdot \sqrt{3}$$

$$\underline{V_{Ke} = \frac{8}{3}e^3\pi\sqrt{3}}$$



Lösung 2019 W2b:

8. Berechnung des Gesamtvolumens V_{ges} :

$$V_{\text{ges}} = V_{\text{Zyl}} + V_{\text{Ke}}$$

$$V_{\text{ges}} = 9e^3\pi\sqrt{3} + \frac{8}{3}e^3\pi\sqrt{3}$$

$$V_{\text{ges}} = \frac{27}{3}e^3\pi\sqrt{3} + \frac{8}{3}e^3\pi\sqrt{3}$$

$$V_{\text{ges}} = \left(\frac{27}{3} + \frac{8}{3}\right)e^3\pi\sqrt{3}$$

$$V_{\text{ges}} = \frac{35}{3}e^3\pi\sqrt{3}$$

$$\underline{\underline{V_{\text{ges}} = \frac{35}{3}\pi e^3\sqrt{3}}}$$

