

Wahlaufgaben

Aufgabe 2023 B/3a:

5 P

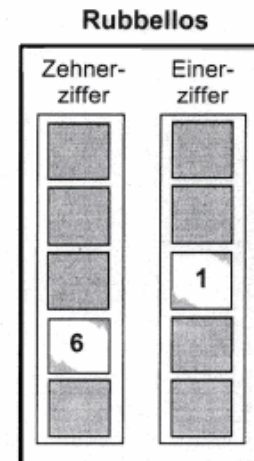
Die Klasse 10a verkauft Rubbellose.
Auf jedem Los befinden sich zwei Streifen.
Jeder Streifen enthält die folgenden Ziffern:



Die Ziffern sind in zufälliger Reihenfolge angeordnet.
Der linke Streifen zeigt die Zehnerziffern, der rechte die Einerziffern.

Auf jedem Streifen wird genau ein Feld freigerubbelt, wodurch eine zweistellige Zahl entsteht.

Die nebenstehende Abbildung zeigt die Zahl 61.



Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, eine Zahl zu erhalten, die größer als 60 ist?

Die Rubellose werden für ein Glücksspiel eingesetzt. Dazu wird nebenstehender Gewinnplan geprüft.

Ereignis	Gewinn
Zahl größer als 60	3,00 €
Zahl 33	6,00 €
restliche Möglichkeiten	kein Gewinn
Einsatz: 2,00 €	

Berechnen Sie den Erwartungswert.

Die Klasse 10a überlegt, auf jedem Streifen der Lose eine **3** durch eine **6** zu ersetzen.

- Erhöht sich dadurch der Gewinn für die Klasse? Begründen Sie Ihre Entscheidung durch Rechnung.

Lösung 2023 B/3a:

1. Berechnung der Wahrscheinlichkeit für eine Zahl größer als 60:

Für unsere Aufgabe gibt es 9 mögliche Ereignisse.
Das Experiment wird durch einen **Ereignisbaum** dargestellt.

Für den ersten Streifen ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

$$1 \quad \frac{2}{5} \quad 3 \quad \frac{2}{5} \quad 6 \quad \frac{1}{5}$$

Ist der erste Streifen 1, so ergeben sich für den zweiten Streifen folgende Wahrscheinlichkeiten:

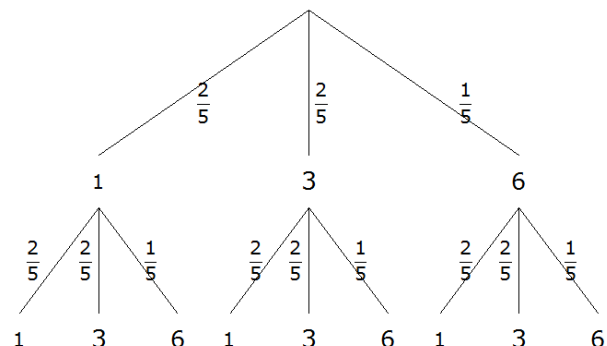
$$1 \quad \frac{2}{5} \quad 3 \quad \frac{2}{5} \quad 6 \quad \frac{1}{5}$$

Ist der erste Streifen 3, so ergeben sich für den zweiten Streifen folgende Wahrscheinlichkeiten:

$$1 \quad \frac{2}{5} \quad 3 \quad \frac{2}{5} \quad 6 \quad \frac{1}{5}$$

Ist der erste Streifen 6, so ergeben sich für den zweiten Streifen folgende Wahrscheinlichkeiten:

$$1 \quad \frac{2}{5} \quad 3 \quad \frac{2}{5} \quad 6 \quad \frac{1}{5}$$



Lösung 2023 B/3a:

Für das Ereignis eine Zahl größer als 60 zu erhalten, ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

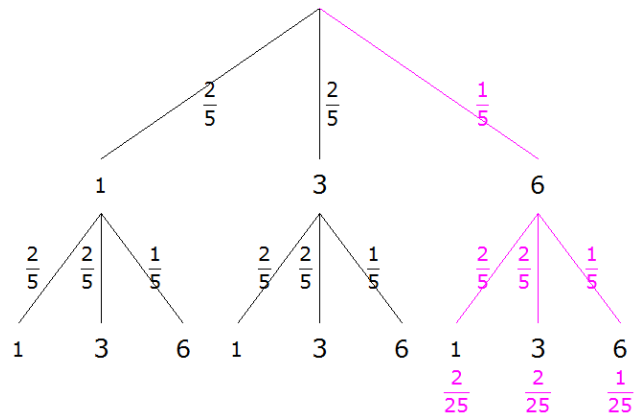
$$6\ 1 \quad \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{25}$$

$$6\ 3 \quad \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{25}$$

$$6\ 6 \quad \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$$

$$\frac{2}{25} + \frac{2}{25} + \frac{1}{25} = \frac{5}{25} = \frac{20}{100} = \underline{\underline{20\%}}$$

Antwort: Die Wahrscheinlichkeit eine Zahl größer als 60 zu erhalten beträgt 20%.



2. Berechnung des Erwartungswertes:

Der Erwartungswert E berechnet sich nach folgender Formel:

$$E = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$$

wobei

$x_1 \dots x_n$: Werte

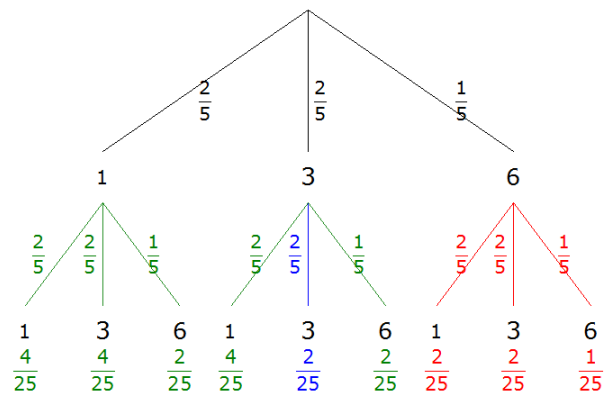
$p_1 \dots p_n$: Wahrscheinlichkeiten

Für dieses Glücksspiel gibt es $n = 3$ mögliche Ereignisse

1. Zahl größer als 60: 6 1 oder 6 3 oder 6 6

2. Zahl 33: 3 3

3. restliche Möglichkeiten: alle anderen



Es ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

$$6\ 1 \quad \frac{2}{25}$$

$$6\ 3 \quad \frac{2}{25}$$

$$6\ 6 \quad \frac{1}{25}$$

$$3\ 3 \quad \frac{2}{25}$$

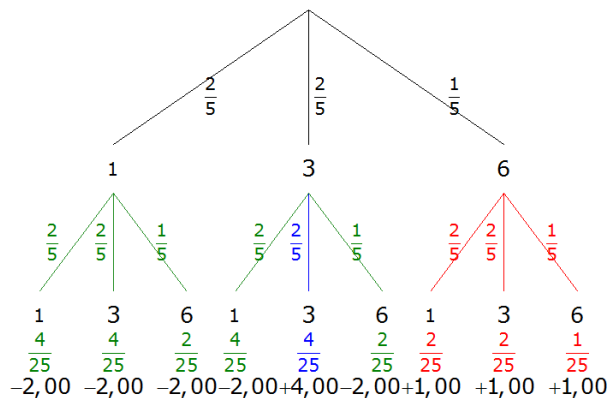
alle $\frac{16}{25}$
anderen

Es ergeben sich folgende Gewinnwerte:

6 1 Zahl größer 60: man hat einen Gewinn von 3 €, muss aber den Kaufpreis von 2 € abziehen + 1,00

6 3 Zahl 33: man hat einen Gewinn von 6 €, muss aber den Kaufpreis von 2 € abziehen + 4,00

alle anderen man verliert den Einsatz von 2 € - 2,00



Lösung 2023 B/3a:

$$E = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$$

$$E = 1 \cdot \frac{5}{25} + 4 \cdot \frac{4}{25} - 2 \cdot \frac{16}{25}$$

$$E = \frac{5}{25} + \frac{16}{25} - \frac{32}{25}$$

$$E = -\frac{11}{25}$$

$$E = -0,44 \text{ €}$$

Antwort: Der Erwartungswert beträgt - 0,44 €.

3. Berechnung des Erwartungswertes bei veränderten Streifen:

Der Erwartungswert E berechnet sich nach folgender Formel:

$$E = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$$

wobei

$x_1 \dots x_n$: Werte

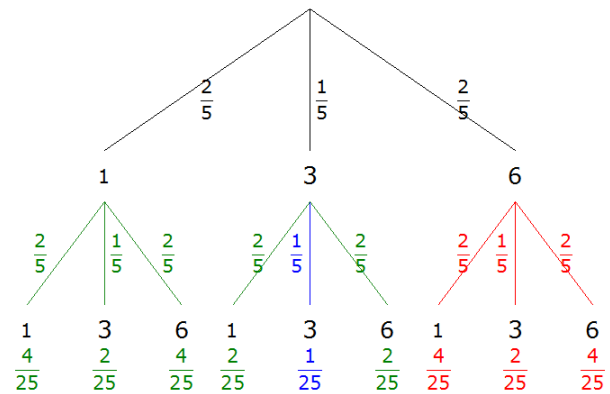
$p_1 \dots p_n$: Wahrscheinlichkeiten

Für dieses Glücksspiel gibt es $n = 3$ mögliche Ereignisse

1. Zahl größer als 60: 6 1 oder 6 3 oder 6 6

2. Zahl 33: 3 3

3. restliche Möglichkeiten: alle anderen



Es ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten:

6 1 $\frac{4}{25}$

6 3 $\frac{2}{25}$

6 6 $\frac{4}{25}$

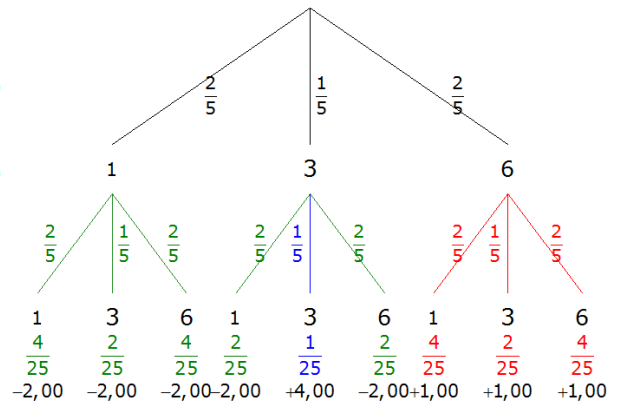
3 3 $\frac{1}{25}$

alle anderen $\frac{14}{25}$

Lösung 2023 B/3a:

Es ergeben sich folgende Gewinnwerte:

- 6 1 Zahl größer 60: man hat einen Gewinn von 3 €, muss aber den Kaufpreis von 2 € abziehen + 1,00
- 6 3 Zahl 33: man hat einen Gewinn von 6 €, muss aber den Kaufpreis von 2 € abziehen + 4,00
- 6 6 alle anderen man verliert den Einsatz von 2 € - 2,00



$$E = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n$$

$$E = 1 \cdot \frac{10}{25} + 4 \cdot \frac{1}{25} - 2 \cdot \frac{14}{25}$$

$$E = \frac{10}{25} + \frac{4}{25} - \frac{28}{25}$$

$$E = -\frac{14}{25}$$

$$E = -0,56 \text{ €}$$

Antwort: Der Erwartungswert beträgt - 0,56 €, d. h. dadurch erhöht sich der Gewinn für die Klasse.